

الدوران في المستوى

تعريف الدوران

لتكن Ω نقطة من المستوى الموجه \mathcal{P} و θ عددا حقيقيا .
الدوران الذي مركزه Ω وزاويته θ هو التطبيق من \mathcal{P} نحو \mathcal{P} الذي يربط كل نقطة M بنقطة M' بحيث :

➤ إذا كان $M = \Omega$ فإن $M' = \Omega$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega M' = \Omega M \\ \left(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'} \right) \equiv \theta [2\pi] \end{array} \right. \text{ ➤ إذا كان } M \neq \Omega$$

نرمز للدوران ب $r(\Omega, \theta)$ أو فقط ب r

نقول أن M' صورة M بالدوران r أو الدوران r يحول M إلى M' و نكتب $M' = r(M)$

كل دوران $r(\Omega, \theta)$ هو تطبيق تقابلي في المستوى و تقابله العكسي $r^{-1}(\Omega, \theta)$ هو الدوران العكسي للدوران $r(\Omega, \theta)$

و لدينا $r^{-1}(\Omega, \theta) = r(\Omega, -\theta)$

خاصيات الدوران

ليكن r دورانا و A و B نقطتين من المستوى ، لدينا $A'B' = AB$ و نقول أن الدوران يحافظ على المسافة .

ليكن r دورانا و A و B نقطتين من المستوى ، لدينا $[A'B'] = r([AB])$ و نقول أن الدوران يحافظ على المسافة .

ليكن r دورانا و A و B و C ثلاث نقط من المستوى بحيث : $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$ ، $(k \in \mathbb{R})$ ، لدينا

$$\left\{ \begin{array}{l} r(A) = A' \\ r(B) = B' \Rightarrow \overrightarrow{A'C'} = k \overrightarrow{A'B'} \\ r(C) = C' \end{array} \right.$$

ليكن r دوراناً و A و B نقطتين من المستوى ، لدينا

$$\begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \end{cases} \Rightarrow r((AB)) = (A'B') \text{ و } r([AB]) = [A'B']$$

لتكن A و B نقطتين من المستوى بحيث G مرجح (A, α) و (B, β) .

إذا كانت $A' = r(A)$ و $B' = r(B)$ و $G' = r(G)$ فإن G' مرجح (A', α) و (B', β) .

$$\begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \end{cases} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}) \equiv \theta [2\pi] \text{ ، لدينا } \theta$$

$$\text{بحيث } A \neq B \text{ و } C \neq D \begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \\ r(C) = C' \\ r(D) = D' \end{cases} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \equiv (\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{C'D'}) [2\pi] \text{ ، لدينا}$$

ليكن r دوراناً و \mathcal{C} دائرة مركزها A و شعاعها R

صورة الدائرة \mathcal{C} بالدوران r هي دائرة \mathcal{C}' مركزها $A' = r(A)$ و لها نفس الشعاع R